

PARTIE 2 : Temps, mouvement et évolution

TP 11

La physique de Kepler

Comment déterminer la masse de Jupiter ?

Objectifs : Exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire

Compétences scientifiques: Utiliser un logiciel de simulation

Avoir une approche critique d'une méthode historique

Document 1 : Mode d'emploi du logiciel Stellarium

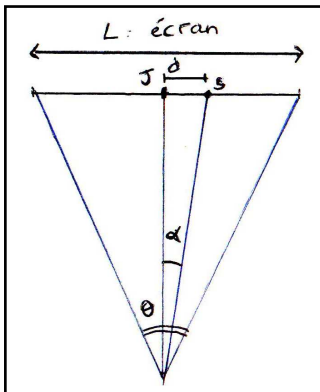
Manipulation souhaitée	Opération permettant de la réaliser
Rechercher un astre	Taper sur la touche F3 ou cliquer l'icône de fenêtre de recherche (disponible dans la barre de menu qui peut être masquée) :  Remarque : pour suivre la planète sous l'horizon, l'icône « sol »  doit être éteint :  Cliquer dessus ou appuyer sur G
Faire apparaître le nom des planètes	Cliquer sur l'icône  afin qu'il soit allumé
Augmenter / diminuer le grossissement	Tourner la mollette de la souris
Choisir une monture équatoriale	Cliquer sur l'icône  afin qu'il soit allumée
Avancer dans le temps	Appuyer sur la touche de raccourci clavier « l ». Répéter l'opération pour augmenter la vitesse de défilement
Arrêter l'avancement dans le temps	Appuyer sur la touche « k »
Reculer dans le temps	Appuyer sur la touche « j »
Revenir à la date de début de l'expérience	Appuyer sur touche « 8 »

Document 2 : Mesurer la période de révolution d'un satellite avec Stellarium

- ✎ Choisir une monture équatoriale afin d'observer le mouvement des satellites dans un plan quasi-horizontale : les trajectoires circulaires apparaîtront quasi-rectilignes.
- ✎ Faire défiler le temps et, en s'assurant que Callisto reste continuellement visible, augmenter au maximum le grossissement. Conserver ce grossissement pour toute la suite et noter la valeur précise du champ de vision θ (en anglais Field Of Vision: FOV) indiquée sur l'écran.

Document 3 : Déterminer le rayon de l'orbite d'un satellite avec Stellarium

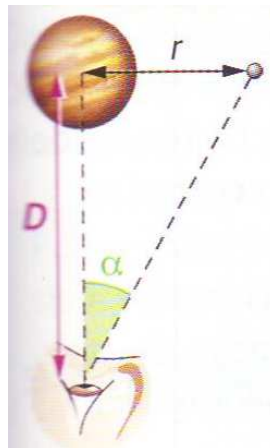
- ✎ Choisir une monture équatoriale afin d'observer le mouvement des satellites dans un plan quasi-horizontale: les trajectoires circulaires apparaîtront quasi-rectilignes.
- ✎ Faire défiler le temps et, en s'assurant que Callisto reste continuellement visible, augmenter au maximum le grossissement. Conserver ce grossissement pour toute la suite et noter la valeur précise du champ de vision θ (en anglais Field Of Vision: FOV) indiquée sur l'écran.
- ✎ Attendre qu'un satellite apparaisse le plus loin possible à gauche ou à droite de Jupiter et suspendre la simulation. À l'aide d'un double décimètre, mesurer sur l'écran la distance d entre Jupiter et le satellite.
- ✎ Mesurer la largeur L de l'écran.



Les angles de vision et les longueurs apparentes correspondantes sont proportionnels :

$$\frac{\theta}{L} = \frac{\alpha}{d}$$

- Calculer l'angle α sous lequel on voit le rayon de la trajectoire du satellite.
- ✎ Relever une valeur approchée de la distance D entre la Terre et Jupiter au moment de l'observation (unités astronomiques : 1 u. a. = $1,496 \times 10^{11}$ m).
- En déduire le rayon de l'orbite r du satellite.



Document 4 : La troisième loi de Kepler

Le carré de la période sidérale d'un astre est proportionnel au cube du rayon de sa trajectoire. Tous les satellites d'une même planète sont, en bonne approximation, caractérisés par la même constante de proportionnalité.

Les lois de la gravitation universelle énoncées par Isaac Newton permettent de déterminer cette constante en fonction de la constante gravitationnelle G . Dans le cas des satellites de Jupiter, on a :

$$r^3 = \frac{G.M_J}{4\pi^2} \times T^2 \quad (G : \text{constante universelle de gravitation} : G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}).$$

I. LE RAISONNEMENT DE KEPLER

Dès 1595 un jeune professeur de mathématiques du collège de Graz : Johannes Kepler est persuadé qu'il y a un lien entre le rayon moyen de l'orbite d'une planète et sa vitesse sur son orbite. Mais il faudra à Kepler une très longue patience et des efforts incroyables pour trouver empiriquement une relation entre le rayon R de l'orbite moyenne d'une planète et sa période de révolution T (appelée à ce jour : troisième loi de Kepler).

Ce n'est qu'en 1618 que la troisième loi de Kepler, apparaît pour la première fois dans un ouvrage intitulé *Harmonices mundi* grâce aux mesures les plus précises sur les planètes que la science n'ait jamais eu à sa disposition. Ces mesures ont été réalisées par Tycho Brahe dont Kepler a été l'assistant.

« Le 8 mars 1618, il a déjà écrit la loi correcte, mais l'a écartée, la croyant imprécise à cause d'une erreur de calcul. Toutefois, le 15 mai, l'idée se représente à lui et, finalement, « l'emporte sur les ténèbres de son esprit ». Il a fallu « 22 ans d'attente » pour que Kepler détienne la clé de l'Harmonie céleste : « Enfin, il est certain et tout à fait exact que la proportion qui lie les temps périodiques de chaque couple de planètes est précisément la proportion sesquialtère des distances moyennes ».

Comment Kepler parvient-il à déterminer sa troisième loi ? Quelle est cette proportion « sesquialtère » ?

On donne le tableau suivant donnant la période de révolution T autour du Soleil et le rayon R moyen de l'orbite pour les cinq planètes les plus faciles à observer depuis la Terre :

planète	R en millions de km	T en jours
Mercure	58	88
Vénus	108	225
Terre	150	365
Mars	228	695
Jupiter	778	4333

PREMIÈRE HYPOTHÈSE

Dès son premier ouvrage, Kepler avait remarqué que, quand R augmente, T augmente aussi.

1. Imaginer quelle a pu être la première hypothèse de Kepler ?
2. Utiliser un tableur pour tester cette hypothèse à partir du tableau donnant les valeurs des périodes de révolution et les rayons moyens des orbites en traçant et exploitant une courbe judicieusement choisie.
3. Cette hypothèse est-elle la bonne ?

SECONDE HYPOTHÈSE

Kepler réfléchit alors à l'action du Soleil sur les planètes.

Il pose comme hypothèse que c'est lui qui exerce une force qui les fait se déplacer ; de plus, comme Aristote, il pense que la vitesse et la force sont proportionnelles. Logiquement, croit-il, cette force doit être inversement proportionnelle à la distance R de la planète au Soleil.

4. Dédurre des deux hypothèses précédentes une relation donnant T en fonction de R .
5. Tester cette seconde hypothèse de même que précédemment.
6. Cette hypothèse est-elle la bonne ?

À LA RECHERCHE D'UNE TROISIÈME HYPOTHÈSE

Kepler est ensuite persuadé que la bonne solution est de la forme

$T_2/T_1 = (R_2/R_1)^k$, avec k compris entre 1 et 2. C'est en 1618 qu'apparaît la première fois cette loi donnant la relation entre T et R .

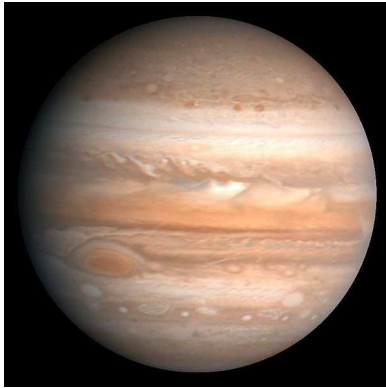
7. Peut-on déduire aussi des calculs précédents que si cette troisième hypothèse est correcte, k doit être tel que $1 < k < 2$?
8. Pourquoi peut-on dire que cette troisième loi de Kepler est empirique ?

II. COMMENT PESER JUPITER ?

Jupiter est une planète géante gazeuse. Il s'agit de la plus grosse planète du Système solaire et la cinquième en partant du Soleil (après Mercure, Vénus, la Terre et Mars). Elle doit son nom au dieu romain Jupiter.

Visible à l'œil nu dans le ciel nocturne, Jupiter est habituellement le quatrième objet le plus brillant (après le Soleil, la Lune et Vénus).

Comme sur les autres planètes gazeuses, des vents violents, de près de 600 km/h, parcourent les couches supérieures de la planète. La spectaculaire grande tache rouge qui fait trois fois la taille de la Terre est une zone de surpression qui est observée au moins depuis le XVII^e siècle.



De gauche à droite les satellites Callisto, Ganymède, Europe et Io.

ANALYSER :

- En étudiant les caractéristiques des satellites de Jupiter à l'aide du logiciel Stellarium, élaborer un protocole permettant de déterminer la masse de Jupiter.

compétence	Coefficient	Niveau validé			
		A	B	C	D
<i>S'approprier</i>	0				
<i>Analyser</i>	3				
<i>Réaliser</i>	2				
<i>Valider</i>	1				
<i>Communiquer</i>	0				
Note	/ 20				

APPEL N°1	Appeler le professeur pour lui présenter le protocole expérimental ou en cas de difficulté
↔	

- Expliquer comment déterminer les valeurs des rayons et des périodes des orbites des satellites de Jupiter regroupés dans le tableau suivant :

Nom du satellite	T (s)	r (m)
Io	$1,525 \times 10^5$	$4,109 \times 10^8$
Ganymède	$6,172 \times 10^5$	$9,746 \times 10^8$
Callisto	$1,272 \times 10^6$	$1,643 \times 10^9$

RÉALISER :

- Déterminer le rayon et la période de l'orbite d'*Europe*.

APPEL N°2	Appeler le professeur pour lui présenter les résultats expérimentaux ou en cas de difficulté
↔	

- Déterminer la masse de Jupiter.

VALIDER :

L'incertitude sur la détermination de la masse de Jupiter est : $U_{M_j} = \frac{4\pi^2}{G} \times U_{r^3/T^2}$.

- La masse de Jupiter trouvée dans la littérature scientifique est $1,8986 \times 10^{27}$ kg. La valeur que vous avez déterminée est-elle en accord avec cette valeur de référence ?